

# 建築防火工学

野口貴文

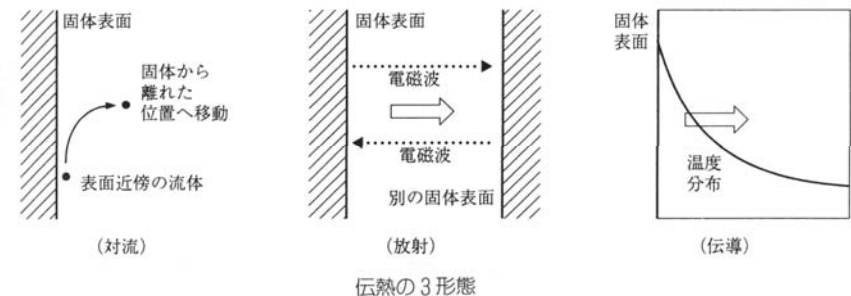
# 伝熱

## 伝熱(熱伝達)(Heat Transfer)

- 伝熱(熱伝達)(Heat Transfer)
  - 物質間・領域間の熱移動
  - 対流(Convection)
    - 煙やガス等の流体の移動に伴って生ずる熱移動
  - 放射(輻射)(Radiation)
    - 固体表面やガス塊などから射出される電磁波による熱移動
  - 伝導(Conduction)
    - 物質の分子運動が伝播する結果、高温部から低温部へと熱が移動する現象

## 伝熱(熱伝達)

### ■ 伝熱(熱伝達)の3形態



# 伝熱(熱伝達)

## ■ 伝熱(熱伝達)

### ■ 火災現象における伝熱

- 火炎内部での熱の発生
- 伝導・対流・放射による熱の移動
- 温度分布
- 燃料表面への熱のフィードバック
- 燃料の熱分解
- 燃焼の持続

# 対流熱伝達

## ■ 移流による熱移動

- ある温度の流体が管路を流れる場合などに運搬する熱量
- 単位時間当たりの伝熱量 $Q(W)$ 
  - $Q = \int_A \rho c_p T u dA$ 
    - $u$ : 管路断面の流速分布 (m/s)
    - $T$ : 温度分布 (K)
    - $Q$ : 単位時間当たりの伝熱量 (W)
    - $\rho$ : 流体の密度 (kg/m<sup>3</sup>)
    - $c_p$ : 定圧比熱 (J/kg·K)
    - $c_p T$ : 比エンタルピー (絶対零度を基準として、流体1kgが蓄えている熱エネルギー) (J/kg)

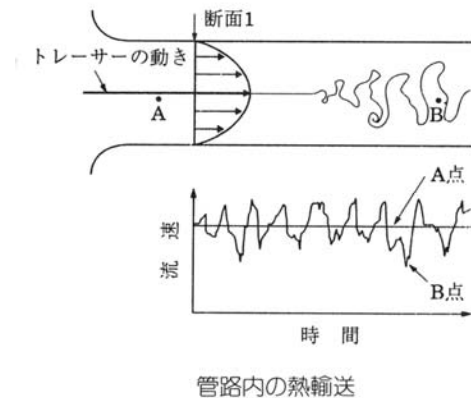
# 対流熱伝達

## ■ 移流による熱移動

- 流速( $u$ )と温度分布( $T$ )に依存
- 流速が十分に小さい場合、管路が狭い場合
  - 層流 (流体は管路壁面と平行に層をなして流れる)
- 流速が大きい場合
  - 乱流 (流れが不規則、渦の発生)
  - 伝熱量は時間的に変動
  - 乱流があると伝熱量は増大
    - $T(t) = T_m + T'(t)$
    - $u(t) = u_m + u'(t)$
    - $Q_m = \int_A \rho c_p T u dA = \int_A \rho c_p (T_m + T')(u_m + u') dA$   
 $= \int_A \rho c_p T_m u_m dA + \int_A \rho c_p T' u' dA$ 
      - $\rho c_p T' u'$ : 乱流熱流束

# 対流熱伝達

## ■ 管路内の熱輸送



## 対流熱伝達

### ■ 固体表面への熱伝達

#### ■ 境界層

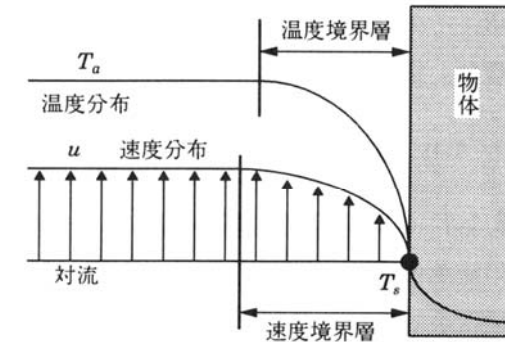
- 固体表面近傍の流体で、速度および温度が急激に変化する部分
- 温度境界層 (温度分布が生じる部分)
- 速度境界層 (速度分布が生じる部分)
- 温度境界層 = 速度境界層

#### ■ 対流熱伝達率 ( $h$ , $W/(m^2 \cdot K)$ )

- $h = q / (T_a - T_s)$ 
  - $q$ : 流体と物体表面との間の単位時間・単位面積当たりの伝熱量 ( $W/m^2$ )
  - $T_a$ : 流体の温度 (K)
  - $T_s$ : 物体表面の温度 (K)
- 対流熱伝達率は、流体の速度、乱れの強さ、温度範囲、物体の表面形状に依存

## 対流熱伝達

### ■ 対流による物体表面への熱伝達



対流による物体表面への熱伝達

## 対流熱伝達

### ■ 強制対流

- 注目している流体とは別の駆動力による流れ
- 換気ファンや外部風などによって引き起こされる流れ

### ■ 自然対流

- 流体自らが対流の原因となる流れ
- 浮力 (温度差) により生ずる流れ

## 対流熱伝達

### ■ 無次元数

- 対流伝熱量の整理
- 無次元数から熱伝達率への復元
  - 煙の流体の密度、体積膨張率、動粘性係数、熱伝導率が必要
    - 建築火災における煙は、空気と大差無く、空気の物性値を使用
- 各記号の意味
  - $C_p$ : 定圧比熱、 $v$ : 気体の流れの速度、 $g$ : 重力加速度、 $\beta$ : 体積膨張率、 $h$ : 熱伝達率、 $L$ : 代表長さ、 $\mu$ : 粘性係数 (粘度)、 $\rho$ : 密度、 $\Delta T$ : 温度差

## 対流熱伝達

### ■ 無次元数

#### ■ ヌッセルト数

- 「流体が全く静止しているときの伝熱量」( $\lambda/L$ )に比べて何倍の伝熱量となるかを示す値

#### ■ $Nu=h/(\lambda/L)$

- $h$ : 対流熱伝達率 ( $W/(m^2 \cdot K)$ )、  
 $\lambda$ : 流体の熱伝導率 ( $W/(m \cdot K)$ )、 $L$ : 代表寸法 (m)
- $Nu=f(Re, Gr, Fr, \dots)$ : 他の無次元数との相関式による実験式
  - 強制対流: レイノルズ数  $Re$  による記述
  - 自然対流: グラスホフ数  $Gr$  による記述
  - 自然対流と強制対流の混合場: フルード数  $Fr$  による記述

## 対流熱伝達

### ■ 無次元数

#### ■ フルード数 $Fr$ : 火炎の高さは $Fr$ に支配される

- $Fr=v^2/(L \cdot g)$
- 慣性力 / 浮力
- 高温気体のプルームなどの流れの中において、慣性力と浮力が同時に問題となる場合の流れの性質を表す

#### ■ グラスホフ数 $Gr$ : 自然対流

- $Gr=L^3 \cdot \rho^2 \cdot g \cdot \beta \cdot \Delta T / \mu^2$
- 浮力 / 拡散する粘性力
- 雰囲気との温度差のある物体付近の流れの性質を表す

## 対流熱伝達

### ■ 無次元数

#### ■ プラントル数 $Pr$ : 強制対流、自然対流

- $Pr=C_p \cdot \mu / \lambda$
- 運動量の拡散速度 / 温度の拡散速度
- 温度変化の伝わる範囲に対する、速度変化の伝わる範囲の大きさを表す

#### ■ レイノルズ数 $Re$ : 強制対流

- $Re=L \cdot v \cdot \rho / \mu$
- 慣性力 / 粘性力
- 流れの中の乱れの強さなど、流れの状態を表す

## 強制対流における熱伝達

### ■ 平板に沿った流れ

#### ■ 速度境界層

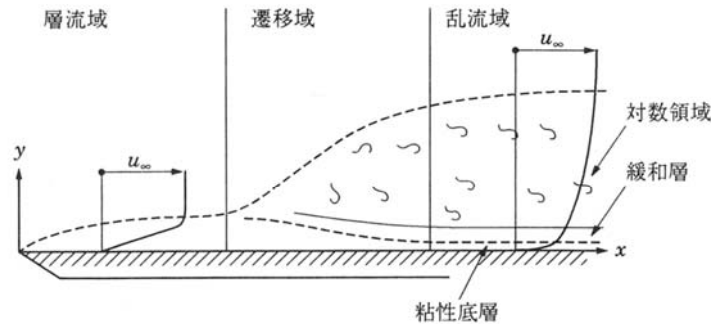
- 速度が徐々に変化する部分
  - 気流: 温度  $T_\infty$  (K)、速度  $u_\infty$  (m/s)
  - 平板から十分離れた部分の速度:  $u_\infty$
  - 平板表面での速度: 0
- 速度境界層の厚さ
  - 層流域 (端部からある一定の部分): 比較的薄い
  - 乱流域: 厚い

#### ■ 遷移域 (層流から乱流への遷移)

- $Re_x = u_\infty x / \nu = (3 \sim 5) \times 10^5$  となる付近
- $x$ : 平板の先端からの距離
- $\nu$ : 動粘性係数 ( $m^2/s$ )

# 強制対流における熱伝達

## ■ 平板に沿う流れの性状(速度境界層)



平板に沿う流れの性状 (速度境界層)

# 強制対流における熱伝達

## ■ 層流域における熱伝達

### ■ 境界層方程式

#### ■ 運動量保存

$$u \cdot \partial u / \partial x + v \cdot \partial u / \partial y = \nu \cdot \partial^2 u / \partial y^2$$

#### ■ 熱エネルギー保存

$$u \cdot \partial T / \partial x + v \cdot \partial T / \partial y = a \cdot \partial^2 T / \partial y^2$$

■  $u(x,y), v(x,y)$ : x方向、y方向の速度 (m/s)

■  $\nu$ : 動粘性係数 (m<sup>2</sup>/s)

■  $a = \lambda / (\rho \cdot C_p)$ : 熱拡散率 (m<sup>2</sup>/s)、 $\lambda$ : 熱伝導率 (w/m·k)

■  $T(x,y)$ : 温度

#### ■ 平板と流体の間に生ずる熱流 (温度分布はほぼ直線)

$$q = -\lambda \cdot (\partial T / \partial y)|_{y=0}$$

#### ■ 平板先端からxの位置での局所ヌッセルト数

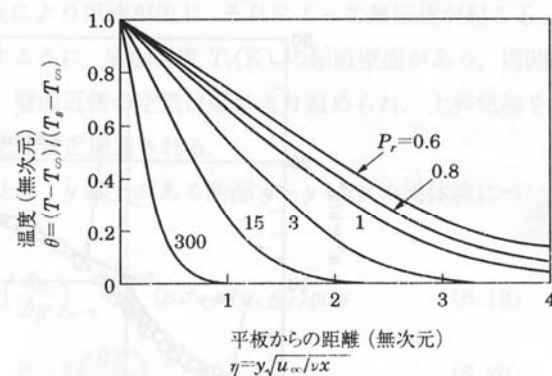
$$Nu_x = h \cdot x / \lambda = \{q / (T_\infty - T_s) \cdot x\} / \lambda = 0.332 \cdot Pr^{1/3} \cdot Re_x^{1/2}$$

#### ■ 平板の先端から長さLの範囲での平均ヌッセルト数

$$Nu_L = (1/L) \cdot \int_{x=0}^L Nu_x dx = 0.664 \cdot Pr^{1/3} \cdot Re_L^{1/2}$$

# 強制対流における熱伝達

## ■ 層流境界層内の温度



層流境界層内の温度分布

# 強制対流における熱伝達

## ■ 乱流域における熱伝達

### ■ 平板のごく近傍: 層流、粘性底層 (層流底層)

■ 速度、温度は直線分布、層流と同一性状

### ■ 中間領域: 緩和層

### ■ 平板から十分離れた部分: 乱流

■ 速度、温度: 壁面からの距離の対数に従って変化

■ プラントルの1/7乗則

$$u / u_\infty = (y / \delta)^{1/7}$$

$$(T - T_s) / (T_\infty - T_s) = (y / \delta)^{1/7}$$

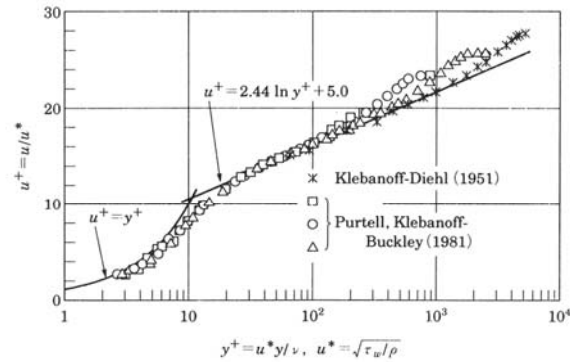
### ■ 境界層厚さ: $\delta = 0.38 \cdot x \cdot Re_x^{-1/5}$

### ■ 局所ヌッセルト数: $Nu_x = 0.0296 Pr^{1/3} \cdot Re_x^{4/5}$

### ■ 平均ヌッセルト数: $Nu_L = 0.0370 Pr^{1/3} \cdot Re_L^{4/5}$

# 強制対流における熱伝達

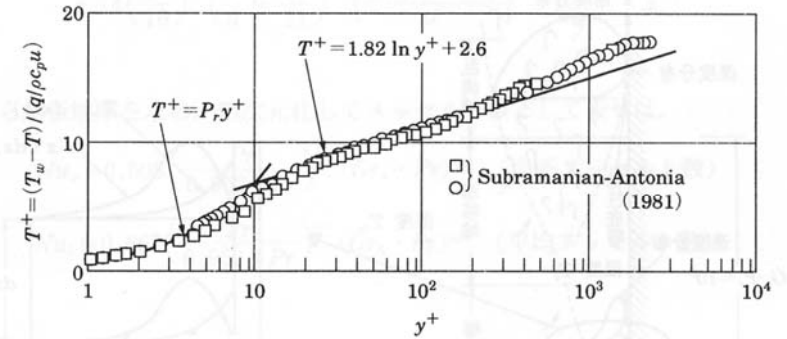
## ■ 乱流境界層の速度分布



乱流境界層の速度分布

# 強制対流における熱伝達

## ■ 乱流境界層の温度分布



乱流境界層の温度分布<sup>2)</sup>

# 自然対流における熱伝達

## ■ 鉛直壁面に沿った流れ

- 壁面近傍の空気(壁の表面温度 $T_s$ 、周囲空気の温度 $T_\infty$ )
- 壁により温められ、上昇気流
- 上部ほど加速
- 運動量保存:y軸上のある断面 $y \sim y+dy$ の流体塊について

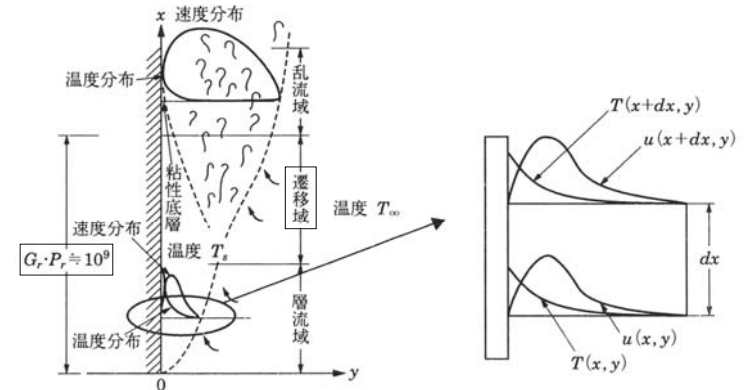
$$(\partial/\partial x) \int_0^\delta \rho(x,y) u^2(x,y) dy = -\rho \nu (\partial u/\partial y)_{y=0} + \int_0^\delta (\rho_\infty - \rho(x,y)) g dy$$

$$(1/\nu^2) (\partial/\partial x) \int_0^\delta u^2(x,y) dy = -(\partial u/\partial y)_{y=0} / \nu + (g\beta/\nu^2) \int_0^\delta (T(x,y) - T_\infty) dy$$

$$(g\beta/\nu^2) \int_0^\delta (T(x,y) - T_\infty) dy \approx Gr \text{ (グラスホフ数)}$$

# 自然対流における熱伝達

## ■ 鉛直壁面に沿った流れ上昇気流



鉛直壁面に沿った上昇気流

# 自然対流における熱伝達

## ■ 鉛直壁面に沿った流れ

- 熱エネルギー保存: y軸上のある断面y~y+dyの流体塊について

$$(\partial/\partial x) \int_0^\delta \rho(x,y) C_p u(x,y) T(x,y) dy = -\lambda (\partial T/\partial y)_{y=0}$$

$$(1/\nu) (\partial/\partial x) \int_0^\delta u(x,y) T(x,y) dy = -\{\lambda/(\rho_\infty C_p \nu)\} (\partial T/\partial y)_{y=0}$$

$$\lambda/(\rho_\infty C_p \nu) = Pr \text{ (プラントル数)}$$

- $\rho$ : 気体の密度 (=一定) とする。
- $\rho_\infty - \rho = \beta(T - T_\infty)$  と書く。
- $\beta$ : 体積膨張率 ( $K^{-1}$ )

## ■ 層流から乱流への遷移

- $Gr \cdot Pr = 10^9$  近傍

# 自然対流における熱伝達

## ■ 層流域における熱伝達

### ■ 速度分布

$$u(x,y)/u_{max} = (y/\delta) \cdot (1-y/\delta)^2$$

### ■ 温度分布

$$\{T(x,y) - T_\infty\} / (T_s - T_\infty) = (1-y/\delta)^2$$

### ■ 断面位置xにおける速度の最大値

$$u_{max} = 4 \cdot (5/3)^{1/2} \cdot \{(v/a) + (20/21)\}^{-1/2} \{g \cdot \beta \cdot (T_s - T_\infty) / \nu^2\}^{1/2} \cdot \nu \cdot x^{1/2}$$

### ■ 境界層厚さ

$$\delta = 4 \cdot (15/16)^{1/4} \cdot \{(v/a) + (20/21)\}^{1/4} \cdot \{g \cdot \beta \cdot (T_s - T_\infty) / \nu^2\}^{-1/2} \cdot (v/a)^{-1/2} \cdot x^{1/2}$$

### ■ 局所ヌッセルト数

$$Nu_x = 0.508 \cdot \{Pr / (0.952 + Pr)\}^{1/4} \cdot (Gr_x \cdot Pr)^{1/4}$$

### ■ 平均ヌッセルト数

$$Nu_L = 0.667 \cdot \{Pr / (0.952 + Pr)\}^{1/4} \cdot (Gr_L \cdot Pr)^{1/4}$$

# 自然対流における熱伝達

## ■ 乱流域における熱伝達

### ■ 速度分布

$$u(x,y)/u_{max} = (y/\delta)^{1/7} \cdot (1-y/\delta)^4$$

### ■ 温度分布

$$\{T(x,y) - T_\infty\} / (T_s - T_\infty) = 1 - (y/\delta)^{1/7}$$

### ■ 局所ヌッセルト数

$$Nu_x = 0.0298 \cdot \{Pr^{1/15} / (1 + 0.494 Pr^{2/3})^{2/5}\} \cdot (Gr_x \cdot Pr)^{2/5}$$

### ■ 平均ヌッセルト数

$$Nu_L = 0.0248 \cdot \{Pr^{1/15} / (1 + 0.494 Pr^{2/3})^{2/5}\} \cdot (Gr_L \cdot Pr)^{2/5}$$

# 放射熱伝達

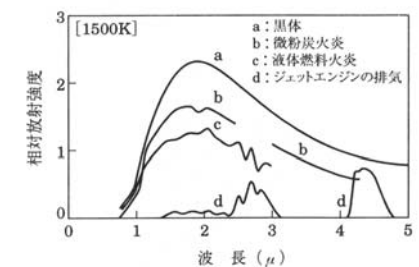
## ■ ガス塊からの放射

### ■ 灰色体近似が可能

- 微粉炭火炎 (微少な固体表面の集合体)
- 液体燃料火炎

### ■ 特異な性状

- ジェットエンジンの排気
  - 二酸化炭素分子 (極性あり)
  - 特定の波長域の電磁波に共鳴 = 特定の波長の放射
  - 水蒸気、一酸化炭素、窒素酸化物なども極性あり



火炎からの放射の測定例

物質	波長域
二酸化炭素	2.0, 2.7, 4.3, 15
水蒸気	1.4, 1.9, 2.7, 6.3, 20
一酸化炭素	2.35, 4.7
窒素酸化物	2.7, 5.3

# 放射熱伝達

## ■ ガス塊からの放射

### ■ 放射強度の変化

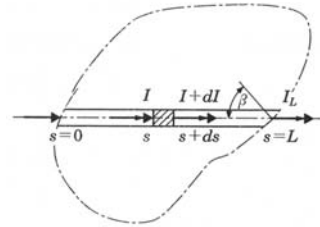
$$dI = -k(I + \sigma \cdot T^4 / n) ds$$

### ■ 行路に沿った放射強度

$$I(L) = \int dI = (\sigma \cdot T^4 / n) \{1 - \exp(-kL)\}$$

k: ガス塊の放射吸収係数(m<sup>-1</sup>)

- 微小要素dsに強度I(s) (W/m<sup>2</sup>·sr)で入射
- 距離ds進行中にガス塊中の粒子にkIdsだけ吸収
- ガス塊中の粒子の射出により(kE<sub>b</sub>/n)ds増加



ガス塊中の行路に沿った放射強度

# 放射熱伝達

## ■ ガス塊からの放射

### ■ 界面から射出される放射熱流

$$E = \int_{\text{全行路}} I(L) = \int 2\pi (\sigma \cdot T^4 / n) \{1 - \exp(-kL)\} \cos\beta d\omega \dots \dots \text{煩雑}$$

$$\approx \sigma \cdot T^4 \cdot \{1 - \exp(-kL_m)\}$$

L<sub>m</sub>: 平均行路長

### ■ ガス塊の放射率

$$\epsilon_{\text{gas}} = 1 - \exp(-kL_m)$$

燃料	吸収係数 (m <sup>-1</sup> )
アルコール	0.37
灯油	2.6
軽油	0.43
ポリスチレン	1.2
木材ク립	0.51~0.8
装飾家具(例)	1.13

# 放射熱伝達

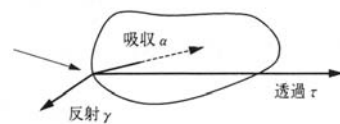
## ■ 吸収率、反射率、透過率

$$\gamma + \alpha + \tau = 1$$

- 固体表面での反射率γ
- 固体内の吸収率α
- 固体の透過率τ

### ■ 表面積Aの物体が同温(T)の黒体からの放射を受ける場合

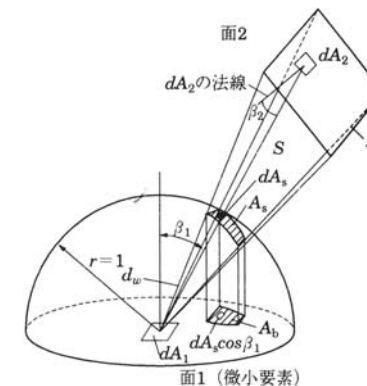
- 吸収熱エネルギー
  - $Q_{\text{get}} = A\alpha\sigma T^4$
- 射出エネルギー
  - $Q_{\text{loss}} = A\epsilon\sigma T^4$
- 熱平衡状態:  $Q_{\text{get}} = Q_{\text{loss}} \rightarrow \alpha = \epsilon$  (キルヒホッフの法則)



固体に入射した放射の振る舞い

# 放射熱伝達

## ■ 固体表面から別の表面への放射熱伝達



面から微小要素への放射熱伝達



## 放射熱伝達

### ■ 固体表面から別の表面への放射熱伝達

$$I_2 = (E_2/\pi) \cdot \cos\beta_2 dA_2$$

- $I_2$ : 面2上の微小要素 $dA_2$ から面1の方向へ射出される放射強度(単位時間当たり単位立体角当たりの放射熱量)
- $E_2$ : 面2から単位時間当たり単位面積当たり射出される放射熱

$$I_n = I_2/r^2 = E_2 \cdot (\cos\beta_2/\pi r^2) dA_2$$

- $I_n$ :  $dA_1$ に到達するときの放射強度(行路に垂直面)
- $r$ :  $dA_1$ と $dA_2$ の距離

$$dQ_{2-1} = E_2 \cdot (\cos\beta_1 \cdot \cos\beta_2/\pi r^2) dA_1 dA_2$$

- $dQ_{2-1}$ : 面2上の微小要素 $dA_2$ から面1上の微小要素 $dA_1$ の見付け面積 $\cos\beta_1 dA_1$ に入射する放射熱

## 放射熱伝達

### ■ 固体表面から別の表面への放射熱伝達

$$Q_{2-1} = E_2 \iint_{dA_2} (\cos\beta_1 \cdot \cos\beta_2/\pi r^2) dA_1 dA_2$$

- $Q_{2-1}$ : 面2から射出され面1上の微小要素 $dA_1$ へ到達する放射熱

$$q_{2-1} = Q_{2-1}/dA_1 = E_2 \iint_{dA_2} (\cos\beta_1 \cdot \cos\beta_2/\pi r^2) dA_2$$

- $Q_{2-1}$ : 面2から射出され面1上の微小要素 $dA_1$ へ入射する熱流

### ■ 微小要素から有限面を見た形態係数

$$F_{12} = \iint_{dA_2} (\cos\beta_1 \cdot \cos\beta_2/\pi r^2) dA_2$$

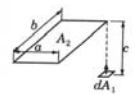
- 面1と面2の位置関係だけで決まる
- 微小要素1を中心とする半径1の半球面上に面2を投影し、さらに底部に正射影したときの面積を $\pi$ で割ったもの

## 放射熱伝達

### ■ 固体表面から別の表面への放射熱伝達

#### ■ 形態係数の算定式

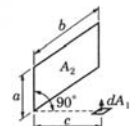
微小面  $dA_1 \rightarrow dA_1$  に平行な長方形  $A_2$



$$X = \frac{a}{c}, \quad Y = \frac{b}{c}$$

$$F_{d1-2} = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{X}{\sqrt{1+X^2}} \tan^{-1} \frac{Y}{\sqrt{1+X^2}} + \frac{Y}{\sqrt{1+Y^2}} \tan^{-1} \frac{X}{\sqrt{1+Y^2}} \right)$$

微小面  $dA_1 \rightarrow dA_1$  に垂直な長方形  $A_2$



$$X = \frac{a}{b}, \quad Y = \frac{c}{b}$$

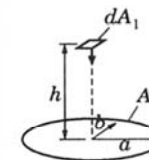
$$F_{d1-2} = \frac{1}{2\pi} \left[ \tan^{-1} \frac{1}{Y} - \frac{Y}{\sqrt{X^2+Y^2}} \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{X^2+Y^2}} \right]$$

## 放射熱伝達

### ■ 固体表面から別の表面への放射熱伝達

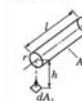
#### ■ 形態係数の算定式

微小面  $dA_1 \rightarrow$  中心が  $dA_1$  と向かい合う楕円  $A_2$



$$F_{d1-2} = \frac{ab}{\sqrt{(h^2+a^2)(h^2+b^2)}}$$

微小面  $dA_1 \rightarrow$  一つの底が  $dA_1$  からの法線上にある円柱  $A_2$



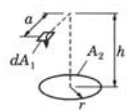
$$L = \frac{l}{r}, \quad H = \frac{h}{r}, \quad X = (l+H)^2 + L^2, \quad Y = (l-H)^2 + L^2$$

$$F_{d1-2} = \frac{1}{\pi H} \tan^{-1} \frac{L}{\sqrt{H^2-1}} + \frac{L}{\pi} \left[ \frac{X-2H}{H\sqrt{XY}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{X(H-1)}{Y(H+1)}} - \frac{1}{H} \tan^{-1} \sqrt{\frac{H-1}{H+1}} \right]$$

## 放射熱伝達

- 固体表面から別の表面への放射熱伝達
  - 形態係数の算定式

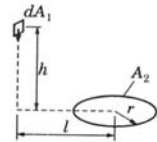
微小面  $dA_1 \rightarrow dA_1$  に平行な円  $A_2$



$$H = \frac{h}{a}, \quad R = \frac{r}{a}, \quad Z = 1 + H^2 + R^2$$

$$F_{d1-2} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1 + H^2 - R^2}{\sqrt{Z^2 - 4R^2}} \right)$$

微小面  $dA_1 \rightarrow dA_1$  を含む面に垂直な円  $A_2$



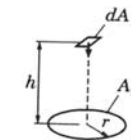
$$H = \frac{h}{l}, \quad R = \frac{r}{l}, \quad Z = 1 + H^2 + R^2$$

$$F_{d1-2} = \frac{H}{2} \left( 1 - \frac{Y}{\sqrt{Z^2 - 4R^2}} \right)$$

## 放射熱伝達

- 固体表面から別の表面への放射熱伝達
  - 形態係数の算定式

微小面  $dA_1 \rightarrow dA_1$  と中心が向かい合う円  $A_2$



$$F_{d1-2} = \frac{r^2}{h^2 + r^2}$$

## 放射熱伝達

- 固体表面から別の表面への放射熱伝達
  - ある大きさの面に入射する熱流の平均値
 
$$q_{2-1}^m = (1/A_1) \cdot \iint_{dA_2} q_{2-1} dA_1$$

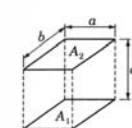
$$= (E_2/A_1) \cdot \iint_{dA_2} \iint_{dA_2} (\cos\beta_1 \cdot \cos\beta_2 / \pi r^2) dA_2 dA_1$$
  - 全形態係数  $F_{12}$ 

$$F_{12} = (1/A_1) \cdot \iint_{dA_2} \iint_{dA_2} (\cos\beta_1 \cdot \cos\beta_2 / \pi r^2) dA_2 dA_1$$
    - 有限面から有限面を見た形態係数
    - 交換則が成立 ( $A_1 F_{12} = A_2 F_{21}$ )
      - 既知の形態係数から未知の形態係数を算出可能

## 放射熱伝達

- 固体表面から別の表面への放射熱伝達
  - 全形態係数の算定式

長方形  $A_1 \rightarrow A_1$  に向かい合う長方形  $A_2$

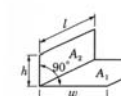


$$X = \frac{a}{c}, \quad Y = \frac{b}{c}$$

$$F_{1-2} = \frac{2}{\pi XY} \left\{ \ln \left[ \frac{(1+X^2)(1+Y^2)}{1+X^2+Y^2} \right]^{1/2} + X\sqrt{1+Y^2} \tan^{-1} \frac{X}{\sqrt{1+Y^2}} \right.$$

$$\left. + Y\sqrt{1+X^2} \tan^{-1} \frac{Y}{\sqrt{1+X^2}} - X \tan^{-1} X - Y \tan^{-1} Y \right\}$$

長方形  $A_1 \rightarrow A_1$  に垂直に隣接する長方形  $A_2$



$$H = \frac{h}{l}, \quad W = \frac{w}{l}$$

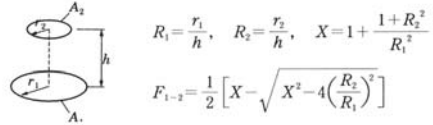
$$F_{1-2} = \frac{1}{\pi W} \left( W \tan^{-1} \frac{1}{W} + H \tan^{-1} \frac{1}{H} - \sqrt{H^2 + W^2} \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{H^2 + W^2}} \right.$$

$$\left. + \frac{1}{4} \ln \left\{ \left[ \frac{(1+W^2)(1+H^2)}{(1+W^2+H^2)} \right] \left[ \frac{W^2(1+W^2+H^2)}{(1+W^2)(W^2+H^2)} \right] W^2 \left[ \frac{H^2(1+H^2+W^2)}{(1+H^2)(H^2+W^2)} \right]^{W^2} \right\} \right)$$

# 放射熱伝達

- 固体表面から別の表面への放射熱伝達
  - 全形態係数の算定式

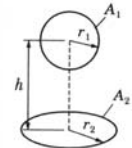
円  $A_1$  → 中心が向かい合う円  $A_2$



$$R_1 = \frac{r_1}{h}, \quad R_2 = \frac{r_2}{h}, \quad X = 1 + \frac{1 + R_2^2}{R_1^2}$$

$$F_{1-2} = \frac{1}{2} \left[ X - \sqrt{X^2 - 4 \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^2} \right]$$

球  $A_1$  →  $A_1$  と中心軸が一致する円  $A_2$



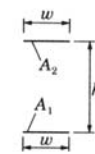
$$R_2 = \frac{r_2}{h}$$

$$F_{1-2} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + R_2^2}} \right)$$

# 放射熱伝達

- 固体表面から別の表面への放射熱伝達
  - 全形態係数の算定式

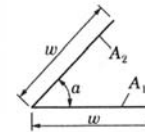
無限長の面  $A_1$  →  $A_1$  に向かい合う無限長の面  $A_2$



$$H = \frac{h}{w}$$

$$F_{1-2} = F_{2-1} = \sqrt{1 + H^2} - H$$

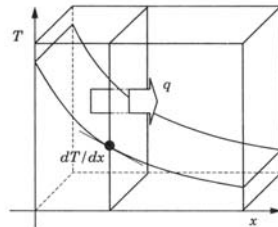
無限長の面  $A_1$  →  $A_1$  と  $a$  の角度をなす無限長の面  $A_2$



$$F_{1-2} = F_{2-1} = 1 - \sin \frac{a}{2}$$

# 熱伝導

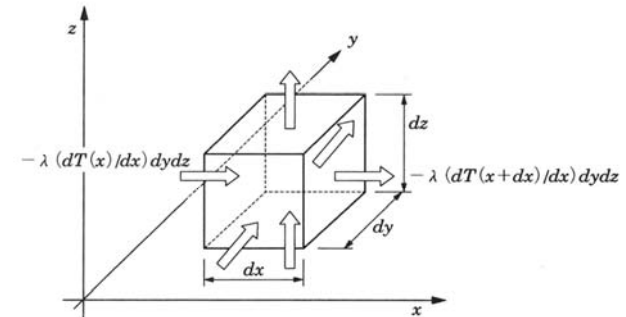
- 熱伝導方程式
  - 単位時間当たり単位断面積当たり温度勾配 ( $dT/dx$ ) 方向に伝導する熱量
  - フーリエの法則
    - $q = -\lambda dT/dx$
    - $\lambda$ : 熱伝導率 (W/m·K)
  - 材料内の温度分布
    - フーリエの法則に従って熱流と局所的な熱の蓄積とがバランスするように決定



温度勾配と熱流の関係 (フーリエの法則)

# 熱伝導

- 熱伝導方程式
  - 材料内の微小な体積要素  $dx dy dz$  の熱バランス



材料内体積要素の熱バランス

## 熱伝導

### ■ 熱伝導方程式

#### ■ 材料内の微小な体積要素 $dx dy dz$ の熱バランス

##### ■ 微小時間 $dt$ の間に $x$ 軸方向から流入する熱量

$$(dQ_x)_{in} = -\lambda \left\{ \frac{\partial T(x, y, z; t)}{\partial x} \right\} dy dz dt$$

##### ■ 微小時間 $dt$ の間に $x$ 軸方向から流出する熱量

$$(dQ_x)_{out} = -\lambda \left\{ \frac{\partial T(x+dx, y, z; t)}{\partial x} \right\} dy dz dt$$

##### ■ 体積要素に蓄積される熱量 ( $x$ 軸方向)

$$(dQ_x)_{in} - (dQ_x)_{out} = \lambda \left\{ \frac{\partial T(x+dx, y, z; t)}{\partial x} \right\} dy dz dt - \lambda \left\{ \frac{\partial T(x, y, z; t)}{\partial x} \right\} dy dz dt$$

##### ■ 蓄積された熱量による温度上昇

$$dQ = \rho \cdot c \cdot \{ T(x, y, z; t+dt) - T(x, y, z; t) \} dx dy dz$$

##### ■ 正味の流入熱量の和と等しい (= $x$ 軸・ $y$ 軸・ $z$ 軸の蓄熱量の和)

$\rho$ : 材料の密度

$c$ : 材料の比熱

## 熱伝導

### ■ 熱伝導方程式

#### ■ 材料内の微小な体積要素 $dx dy dz$ の熱バランス

$$\begin{aligned} & \rho \cdot c \cdot \{ T(x, y, z; t+dt) - T(x, y, z; t) \} / dt \\ & = \lambda \left[ \left\{ \frac{\partial T(x+dx, y, z; t)}{\partial x} \right\} - \left\{ \frac{\partial T(x, y, z; t)}{\partial x} \right\} / dx \right. \\ & \quad + \lambda \left[ \left\{ \frac{\partial T(x, y+dy, z; t)}{\partial y} \right\} - \left\{ \frac{\partial T(x, y, z; t)}{\partial y} \right\} / dy \right. \\ & \quad \left. \left. + \lambda \left[ \left\{ \frac{\partial T(x, y, z+dz; t)}{\partial z} \right\} - \left\{ \frac{\partial T(x, y, z; t)}{\partial z} \right\} / dz \right] \right] \end{aligned}$$

#### ■ $dx \rightarrow 0, dy \rightarrow 0, dz \rightarrow 0, dt \rightarrow 0$

##### ■ 固体内の温度分布を計算する基本となる重要な方程式

$$\rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left\{ \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) + \left( \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \left( \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \right\}$$

## 熱伝導

### ■ 一次元定常の温度分布

#### ■ 平板の両側の温度が規定される場合

$$\lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) = 0$$

##### ■ $x$ について積分

$$T(x) = a \cdot x + b$$

##### ■ 板厚 $L$ 、平板の両側の表面温度 $T_1, T_2$ (境界条件)

$$T(x) = T_1 + x \cdot (T_2 - T_1) / L$$

#### ■ 片面に放射を受ける場合

##### ■ $x=0$ において放射熱流 $q$ 、そのうち $\varepsilon$ なる割合が吸収

##### ■ 境界条件

$$\varepsilon q = -\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_{x=0}$$

$$a = -\varepsilon \cdot q / \lambda$$

$b$ : 反対側での境界条件で決まる

## 熱伝導

### ■ 一次元定常の温度分布

#### ■ 板の両側の気体と対流熱伝達が行われる場合

##### ■ 板の両側で温度 $T_{a1}, T_{a2}$ なる気体に接する場合

##### ■ 境界条件

$$h_1 \{ T_{a1} - T(0) \} = -\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_{x=0}$$

$$h_2 \{ T_{a2} - T(L) \} = -\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_{x=L}$$

##### ■ 解

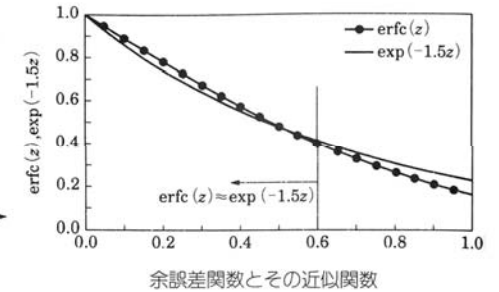
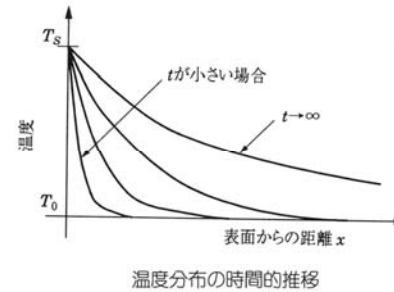
$$T(x) = T_{a1} + \left\{ \frac{1/h_1 + x/\lambda}{1/h_1 + L/\lambda + 1/h_1} \right\} \cdot (T_{a2} - T_{a1})$$

## 熱伝導

- 一次元非定常の温度分布
  - 非定常 (材料内の温度が時間的に変動)
    - 熱伝導方程式の解は複雑
  - 火災現象
    - 比較短時間に生起する現象
    - 1次元形状の固体で厚さが十分な半無限体とみなせる
  - 半無限固体の表面温度がある瞬間に $T_s$ となる場合
    - 材料表面温度: 初期状態 $T_0$ 、時刻 $t=0$ において $T_s$
    - 熱伝導方程式の解
      - $\{T(x;t)-T_0\}/(T_s-T_0)=\text{erfc}(x/2\sqrt{at})$
      - $a$ : 熱拡散率 ( $=\lambda/\rho c$ )
      - $\text{erfc}$ : 余誤差関数、正規分布の累積確率分布関数
        - $\text{erfc}(z)=(2/\sqrt{\pi})\int_z^{\infty}(-t^2)dt$
        - 引数 $z \leq 0.6$ の場合
        - $\text{erfc}(z) \approx \exp(-1.5z)$

## 熱伝導

- 一次元非定常の温度分布
  - 半無限固体の表面温度がある瞬間に $T_s$ となる場合



## 熱伝導

- 一次元非定常の温度分布
  - 温度 $T_\infty$ の流体と対流熱伝達を行う場合
    - 材料の初期温度 $T_0$ 、 $t=0$ 以後は温度 $T_\infty$ の流体と接触
    - 境界条件
      - $h \cdot \{T_\infty - T(0;t)\} = -\lambda(\partial T/\partial x)|_{x=0}$
    - 解
      - $\{T(x;t)-T_0\}/(T_\infty-T_0)$
      - $=\text{erfc}\{x/(2\sqrt{at})\}$
      - $-\exp\{hx/\lambda+(h/\lambda)^2at\} \cdot \text{erfc}\{x/(2\sqrt{at})+h\sqrt{at}/\lambda\}$
    - 表面温度の時間的変化 ( $x=0$ )
      - $\{T(0;t)-T_0\}/(T_\infty-T_0)=1-\exp\{(h\sqrt{at}/\lambda)^2\} \cdot \text{erfc}(h\sqrt{at}/\lambda)$

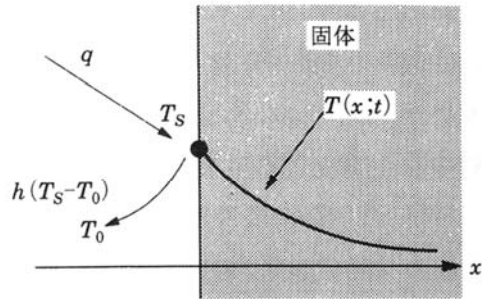
## 熱伝導

- 一次元非定常の温度分布
  - 表面で一定の熱流を吸収する場合
    - 境界条件
      - $q = -\lambda \cdot (\partial T/\partial x)|_{x=0}$
    - 解
      - $T-T_0$
      - $= (q/\lambda) \cdot \sqrt{4at/\pi} \cdot [\exp\{-x^2/(4at)\} - (x/2) \cdot \text{erfc}\{x/\sqrt{4at}\}]$
    - 表面温度の時間的変化 ( $x=0$ )
      - $T-T_0 = (2q/\sqrt{\pi})\sqrt{t/\lambda\rho c}$
      - $\sqrt{\lambda\rho c}$ : 熱慣性 (材料の温まりにくさを表す指標)

## 熱伝導

### ■ 一次元非定常の温度分布

- 一定の放射熱を受けて周囲へ放熱する場合



一定の放射熱を受けて周囲へ放射する場合

## 熱伝導

### ■ 一次元非定常の温度分布

- 一定の放射熱を受けて周囲へ放熱(対流)する場合

- 境界条件

$$\varepsilon q = h(T_s - T_0) - \lambda \cdot (\partial T / \partial x)|_{x=0}$$

- 解

$$\begin{aligned} & \{T(x;t) - T_0\} / (\varepsilon q / h) \\ &= \operatorname{erfc}\{x / (2\sqrt{at})\} \\ & - \exp\{hx / \lambda + (h/\lambda)^2 at\} \cdot \operatorname{erfc}\{x / (2\sqrt{at}) + h\sqrt{at} / \lambda\} \end{aligned}$$

- 表面温度の時間的变化 ( $x=0$ )

$$\{T(0;t) - T_0\} / (\varepsilon q / h) = 1 - \exp\{(h\sqrt{at} / \lambda)^2\} \cdot \operatorname{erfc}(h\sqrt{at} / \lambda)$$

- 放射加熱を受ける場合の建築材料の着火時間の推定

$$1/\sqrt{t_{ig}} = 1.18 \cdot [\varepsilon \cdot q / \{\sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c} \cdot (T_{ig} - T_0)\} - h / \sqrt{\lambda \rho c}]$$

$T_{ig}$ : 材料の着火温度

$t_{ig}$ : 着火温度に達するまでの時間

## 熱伝導

### ■ 一次元非定常の温度分布

- 複雑な条件→数値解法(差分法、有限要素法)

- 集中定数法(簡略的な数値解法)

- 熱伝導率が高い材料で内部の温度分布が無視できる場合(鉄骨)

$$V \rho c dT/dt = Ah(T_f - T)$$

V: 柱1m当たりの体積

A: 柱1mあたりの表面積

T: 柱の温度

$\rho$ : 鋼材の密度

c: 鋼材の比熱

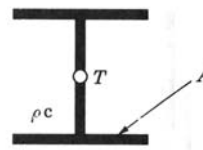
$T_f$ : 周囲空気(火炎)の温度

h: 熱伝達率

$$dT/dt = \{T(t+\Delta t) - T(t)\} / \Delta t$$

$$T(t+\Delta t) = \{V \cdot \rho \cdot c \cdot T(t) / \Delta t + A \cdot h \cdot T_f\} / \{(V \cdot \rho \cdot c) / \Delta t + A \cdot h\}$$

- 時間刻み  $\Delta t$  ごとの温度を逐次代入し、温度の時間的経過を計算



鉄骨柱の温度

## 熱伝導

### ■ 一次元非定常の温度分布

- 熱伝導に関わる火災工学上の諸問題

- 熱伝導と同時に物質の物理的・化学的变化が同時発生

- 金属材料の熔融、含有水分の蒸発、有機成分の燃焼

- 材料内の不均一な温度分布に起因する熱応力の発生、材料の亀裂・破壊

- 材料内の水分蒸発

- ロックウール等の耐火被覆材料、コンクリート

- 100°Cで温度上昇の停滞

- 熱伝導方程式+水分蒸発による潜熱吸収

$$\rho c \partial T / \partial t = \partial (\lambda \partial T / \partial x) / \partial x - Q_{cvap}$$

$Q_{cvap}$ : 単位体積、単位時間当たりの水分蒸発に伴う潜熱吸収量

材料内の温度  $\geq 100^\circ\text{C}$  :  $Q_{cvap} =$  十分な値

水分が0になった時点 :  $Q_{cvap} = 0$

- 材料空隙内の水分移動と熱伝導方程式の連立解析